유형 익히기

개념원리 수학(하) 12쪽

유형 01 집합의 뜻

(1) 집합인 것 ⇨ '가장 큰(작은)', '~보다 큰(작은)' 등
(2) 집합이 아닌 것 ⇨ '~에 가까운', '아름다운', '큰(작은)' 등

0021 대표문제

다음 중 집합이 아닌 것은?

① 10보다 작은 짝수의 모임 ② 6의 약수의 모임
③ 키가 큰 축구 선수의 모임 ④ 5 이하의 자연수의 모임
⑤ 7가지 무지개 색깔의 모임

0022 상중하

다음 **보기** 중 집합인 것의 개수를 구하시오.

보기

ㄱ. 아름다운 꽃의 모임 ㄴ. 태양계 행성들의 모임
ㄷ. 30보다 작은 5의 배수의 모임

개념원리 수학(하) 12쪽

중요 유형 02 집합과 원소 사이의 관계

(1) a가 집합 A에 속하면 ⇨ $a \in A$
(2) b가 집합 A에 속하지 않으면 ⇨ $b \notin A$

0023 대표문제

7보다 작은 양의 홀수의 집합을 A라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $0 \in A$ ② $3 \in A$ ③ $4 \in A$
④ $5 \notin A$ ⑤ $7 \in A$

0024 상중하

18의 양의 약수의 집합을 A라 할 때, 다음 **보기** 중 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

보기

ㄱ. $1 \in A$ ㄴ. $3 \notin A$ ㄷ. $8 \notin A$ ㄹ. $12 \notin A$

개념원리 수학(하) 13쪽

유형 03 집합의 표현 방법

(1) 원소나열법 : { } 안에 모든 원소를 나열
(2) 조건제시법 : $\{x \mid x$의 조건$\}$

0025 대표문제

두 집합 $A=\{2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5\}$, $B=\{2, 2^2, 2^3, 2^4\}$에 대하여 집합 $C=\{ab \mid a \in A, b \in B\}$의 원소의 개수를 구하시오.

0026 상중하

두 집합 $A=\{1, 2\}$, $B=\{0, 2, 4, 6\}$에 대하여 집합 $C=\{z \mid z=x+y, x \in A, y \in B\}$를 원소나열법으로 나타내시오.

0027 상중하

두 집합 $A=\{x \mid x=2^n, n$은 자연수$\}$,
$B=\{y \mid y=3^m, m$은 자연수$\}$에 대하여 다음 중 집합 $C=\{z \mid z=xy, x \in A, y \in B\}$의 원소가 아닌 것은?

① 72 ② 108 ③ 126
④ 144 ⑤ 162

0028 상중하 서술형

집합 $A=\left\{x \middle| -3 \le 2x+1 \le 9, \frac{x+1}{2}$은 정수$\right\}$의 모든 원소의 합을 구하시오.

개념원리 수학(하) 14쪽

유형 04 집합의 분류

(1) 유한집합 : 원소가 유한개인 집합
(2) 무한집합 : 원소가 무한히 많은 집합
(3) 공집합은 유한집합이다.

0029 대표문제

다음 중 유한집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{x|x$는 3의 양의 배수$\}$
② $\{x|x$는 자연수$\}$
③ $\{x|x$는 $2<x<3$인 자연수$\}$
④ $\{x|x$는 0보다 크고 100보다 작은 4의 배수$\}$
⑤ $\{x|x$는 7보다 큰 홀수$\}$

개념원리 수학(하) 14쪽

유형 05 유한집합의 원소의 개수

(1) $n(A)$: 유한집합 A의 원소의 개수
(2) $n(\varnothing)=0$, $n(\{\varnothing\})=1$, $n(\{0\})=1$

0030 대표문제

다음 중 옳지 않은 것은?

① $A=\{a, b, c, d\}$이면 $n(A)=4$
② $B=\{0\}$이면 $n(B)=0$
③ $C=\varnothing$이면 $n(C)=0$
④ $D=\{1, 2, 3, \cdots, 99\}$이면 $n(D)=99$
⑤ $E=\{x|x$는 4의 양의 약수$\}$이면 $n(E)=3$

0031 상중하

다음 **보기** 중 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

보기

ㄱ. $n(\{a, b, 3, 4\})=2$
ㄴ. $n(\{x|x$는 18의 양의 약수$\})=6$
ㄷ. $n(\{\varnothing\})-n(\varnothing)=1$
ㄹ. $n(\{2, 3, 4, 7\})-n(\{1, 2, 3\})=1$

개념원리 수학(하) 20쪽

유형 06 집합 사이의 포함 관계

집합 사이의 포함 관계는 각 집합을 원소나열법으로 나타낸 후 각 원소를 비교하여 판단한다.

0032 대표문제

세 집합 $A=\{0, 1, 2\}$, $B=\{xy|x\in A, y\in A\}$, $C=\{2x+y|x\in A, y\in A\}$ 사이의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A\subset B\subset C$ ② $A\subset C\subset B$ ③ $B\subset A\subset C$
④ $B\subset C\subset A$ ⑤ $C\subset B\subset A$

0033 상중하

세 집합 $A=\{-2, 0, 2\}$, $B=\{x|x$는 $-3<x\leq 3$인 정수$\}$, $C=\{x|x^2-2x=0\}$ 사이의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A\subset B\subset C$ ② $A\subset C\subset B$ ③ $B\subset A\subset C$
④ $C\subset A\subset B$ ⑤ $C\subset B\subset A$

0034 상중하

세 집합

$A=\{x|x=3n-1, n$은 정수$\}$,
$B=\{x|x=3n+2, n$은 정수$\}$,
$C=\{x|x=6n+2, n$은 정수$\}$

에 대하여 다음 **보기** 중 A, B, C 사이의 포함 관계를 바르게 나타낸 것만을 있는 대로 고르시오.

보기

ㄱ. $A\subset B$ ㄴ. $B\subset A$
ㄷ. $B\subset C$ ㄹ. $C\subset A$

중요 유형 07 집합을 원소로 갖는 집합의 포함 관계

개념원리 수학(하) 20쪽

(1) (원소)∈(집합), (집합)⊂(집합)

(2) 집합 속의 집합 ⇨ 하나의 원소로 생각한다.

0035 대표문제

집합 $A=\{\varnothing, 1, \{1\}\}$에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{\varnothing\}\subset A$ ② $\{1\}\in A$ ③ $\{\{1\}\}\subset A$
④ $\{\varnothing, 1\}\in A$ ⑤ $\varnothing\in A$

0036 상중하

집합 $A=\{1, 2, \{1, 2\}\}$에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\{1\}\in A$ ② $\{1, 2\}\subset A$
③ $\{2\}\in A$ ④ $\{\{1, 2\}\}\in A$
⑤ 집합 A의 원소의 개수는 4이다.

0037 상중하

집합 $A=\{\varnothing, \{\varnothing\}, 1, \{1, 2\}\}$에 대하여 다음 **보기** 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $\varnothing\subset A$ ㄴ. $\{\varnothing\}\in A$
ㄷ. $\{1, 2\}\in A$ ㄹ. $\{\varnothing, 1, 2\}\subset A$
ㅁ. $\{1, \{1, 2\}\}\subset A$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄴ, ㄷ
③ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ ④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ

중요 유형 08 집합 사이의 포함 관계가 성립하도록 하는 상수 구하기

개념원리 수학(하) 21쪽

집합 사이의 포함 관계를 이용하여 상수를 구할 때에는

(1) 집합을 원소나열법으로 나타내어 각 원소를 비교한다.
⇨ 집합 A의 모든 원소가 집합 B에 속하면 $A\subset B$이다.

(2) 집합의 원소가 부등식으로 표현되어 있을 때에는 수직선을 이용하여 나타내고 포함 관계가 성립할 조건을 찾는다.

0038 대표문제

두 집합 $A=\{3, -a\}$, $B=\{a^2+2, a-4, 1\}$에 대하여 $A\subset B$일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1
④ 2 ⑤ 7

0039 상중하

전체집합 $U=\{x|x$는 실수$\}$의 두 부분집합
$A=\{x|(x^2-9)(2x-a)=0\}$,
$B=\{x|(2x^2+1)(x-2)(x-3)=0\}$에 대하여 $B\subset A$를 만족시키는 실수 a의 값을 구하시오.

0040 상중하

두 집합 $A=\{x|a<x\leq 3a+8\}$, $B=\{x|0<x<3\}$에 대하여 $B\subset A$가 성립하도록 하는 정수 a의 개수를 구하시오.

0041 상중하

세 집합 $A=\{x|a\leq x\leq b\}$, $B=\{x|-2<x<6\}$, $C=\{x|-1\leq x<5\}$에 대하여 $C\subset A\subset B$가 성립할 때, 정수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하시오.

개념원리 수학(하) 22쪽

유형 09 서로 같은 집합이 주어졌을 때 상수 구하기

두 집합 A, B에 대하여 $A \subset B$이고 $B \subset A$이면 $A=B$

⇨ 두 집합 A, B의 원소가 모두 같음을 이용하여 미지수를 구한다.

0042 대표문제

다음 물음에 답하시오.

(1) 두 집합 $A=\{1, a, 4\}$, $B=\{1, b^2, b^2-1\}$에 대하여 $A=B$일 때, 자연수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하시오.

(2) 두 집합 $A=\{1, 3, a^2+1\}$, $B=\{2, a, b-1\}$에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$일 때, 정수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하시오.

0043 상중하

두 집합 $A=\{x \mid x$는 8의 양의 약수$\}$, $B=\{1, 4, a+1, b\}$에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$일 때, 정수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하시오.

0044 상중하 서술형

두 집합 $A=\{x \mid x^2-ax+10=0\}$, $B=\{b, 5\}$에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$일 때, 상수 a, b의 곱 ab의 값을 구하시오.

0045 상중하

두 집합 $A=\{x, x+1, x^2\}$, $B=\{x, 2x-1, 3x-2\}$에 대하여 $A=B$일 때, 상수 x의 값을 구하시오.

개념원리 수학(하) 24쪽

유형 10 부분집합과 진부분집합

(1) 부분집합 : 집합 A의 모든 원소가 집합 B에 속할 때, $A \subset B$

(2) 진부분집합 : 집합의 부분집합 중 자기 자신을 제외한 부분집합, 즉 $A \subset B$이고 $A \neq B$일 때, A는 B의 진부분집합이다.

(3) 집합 $A=\{a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n\}$에 대하여

① 집합 A의 부분집합의 개수 ⇨ 2^n

② 집합 A의 진부분집합의 개수 ⇨ 2^n-1

0046 대표문제

집합 $A=\{x \mid x$는 8의 양의 약수$\}$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\varnothing$은 A의 부분집합이다.

② $\{1, 2, 4, 8\} \subset A$이다.

③ 원소가 하나뿐인 A의 부분집합은 4개이다.

④ 원소가 2개인 A의 부분집합은 6개이다.

⑤ 원소가 3개인 A의 부분집합은 5개이다.

0047 상중하

집합 $A=\{x \mid x$는 20 이하의 자연수$\}$의 부분집합 중 모든 원소가 5의 배수로만 이루어진 부분집합의 개수를 구하시오.

0048 상중하

다음 물음에 답하시오.

(1) 집합 $A=\{x \mid x$는 10보다 작은 양의 홀수$\}$의 진부분집합의 개수를 구하시오.

(2) 집합 $A=\{0, 1, \{0, 1\}\}$의 진부분집합을 모두 구하시오.

(3) 집합 $A=\{x \mid x$는 9의 양의 약수$\}$에 대하여 $X \subset A$이고 $X \neq A$인 집합 X를 모두 구하시오.

정답과 풀이 5쪽

중요

개념원리 수학(하) 22~23쪽

유형 11 특정한 원소를 갖거나 갖지 않는 부분집합의 개수

집합 $A=\{a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n\}$에 대하여

(1) 집합 A에서 특정한 원소 k개를 반드시 원소로 갖는 (또는 갖지 않는) 집합 A의 부분집합의 개수

⇨ 2^{n-k} (단, $k<n$)

(2) 집합 A에서 특정한 원소 k개는 반드시 원소로 갖고, 특정한 원소 m개는 원소로 갖지 않는 집합 A의 부분집합의 개수

⇨ 2^{n-k-m} (단, $k+m<n$)

0049 대표문제

집합 $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$에 대하여 $1\in A$, $2\in A$, $5\notin A$를 모두 만족시키는 집합 S의 부분집합 A의 개수를 구하시오.

0050 상중하

집합 $A=\{x|x$는 14의 양의 약수$\}$의 진부분집합 중에서 2를 반드시 원소로 갖는 집합의 개수를 구하시오.

0051 상중하

집합 $S=\{0, 3, \{3\}, 5, 7\}$에 대하여 집합 X는 $X\subset S$이고, 5, 7을 반드시 원소로 갖는다. 이때 집합 X의 개수를 구하시오.

0052 상중하

다음 물음에 답하시오.

(1) 집합 $A=\{1, 2, 3, \cdots, n\}$의 부분집합 중에서 1, 2를 반드시 원소로 갖고, 3, 4를 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수가 16일 때, 자연수 n의 값을 구하시오.

(2) 집합 $A=\{a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n\}$의 진부분집합 중에서 a_1, a_2를 반드시 원소로 갖는 집합의 개수가 63일 때, 자연수 n의 값을 구하시오.

개념원리 수학(하) 23쪽

유형 12 $A\subset X\subset B$를 만족시키는 집합 X의 개수

두 집합 A, B에 대하여 $A\subset B$이고, $n(A)=p$, $n(B)=q$일 때 $A\subset X\subset B$를 만족시키는 집합 X의 개수

⇨ 집합 B의 부분집합 중 집합 A의 원소를 모두 원소로 갖는 부분집합의 개수

⇨ 2^{q-p} (단, $p<q$)

0053 대표문제

$\{2, 7\}\subset X\subset\{2, 3, 5, 7, 9\}$를 만족시키는 집합 X의 개수는?

① 4 ② 6 ③ 8
④ 16 ⑤ 32

0054 상중하

두 집합 $A=\{x|x^2-6x+8=0\}$,
$B=\{x|x$는 $|x|<5$인 정수$\}$에 대하여 $A\subset X\subset B$를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하시오.

0055 상중하

집합 $A=\{1, 2, 3, \cdots, n\}$에 대하여 $\{2, 3\}\subset X\subset A$를 만족시키는 집합 X의 개수가 128일 때, 자연수 n의 값을 구하시오.

0056 상중하 서술형

두 집합 $A=\{x|1\le x\le 10, x$는 자연수$\}$,
$B=\{x|x$는 10 미만의 양의 짝수$\}$에 대하여 $B\subset X\subset A$, $X\neq A$, $X\neq B$를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하시오.

유형 UP

정답과 풀이 6쪽

개념원리 수학(하) 23쪽

유형 13 특별한 조건이 있는 부분집합의 개수

(1) 집합 $A=\{a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n\}$에 대하여 k개의 특정한 원소 중 적어도 한 개를 원소로 갖는 부분집합의 개수
⇨ 2^n-2^{n-k} (단, $k<n$)

(2) (a 또는 b를 원소로 갖는 부분집합의 개수)
=(전체 부분집합의 개수)
−(a, b를 모두 원소로 갖지 않는 집합의 부분집합의 개수)

0057 대표문제

집합 $A=\{x|x=3n+1, n$은 $0<n\leq 6$인 정수$\}$의 부분집합 중 적어도 한 개의 소수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하시오.

0058 상중하

집합 $A=\{a, b, c, d, e, f\}$의 부분집합 중 a 또는 c를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하시오.

0059 상중하

집합 $A=\{x|x$는 1 이상 20 이하의 3의 배수$\}$의 진부분집합 중 홀수를 1개 이상 원소로 갖는 집합의 개수를 구하시오.

0060 상중하

집합 $A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$의 부분집합 중 원소가 2개인 모든 부분집합의 원소의 총합은?

① 80 ② 90 ③ 100
④ 110 ⑤ 120

개념원리 수학(하) 50쪽

유형 14 조건을 만족시키는 집합

주어진 조건에 따라 집합의 원소를 하나씩 구한다.

0061 대표문제

자연수를 원소로 갖는 집합 S가 '$x\in S$이면 $8-x\in S$'를 만족시킬 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3\in S$이면 $5\in S$이다.
② 원소가 1개인 집합 S가 존재한다.
③ 원소가 2개인 집합 S는 3개이다.
④ 원소가 5개인 집합 S는 3개이다.
⑤ 원소가 가장 많은 집합 S의 원소의 개수는 6이다.

0062 상중하

실수 전체의 집합의 부분집합 S는 다음 두 조건을 모두 만족시킨다.

> ㈎ $3\in S$, $5\in S$
> ㈏ $a\in S$, $b\in S$이면 $a+b\in S$

다음 중 반드시 집합 S의 원소라고 할 수 없는 것은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

0063 상중하 서술형

자연수 전체의 집합의 부분집합 A가 '$x\in A$이면 $\frac{64}{x}\in A$'를 만족시킨다. 집합 A의 원소의 개수의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값을 구하시오. (단, $A\neq\varnothing$)